Chapitre 4

CALCUL LITTÉRAL ET IDENTITÉS REMARQUABLES

I/ DÉVELOPPEMENT

Développer un produit, c'est le transformer en une somme.

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Démonstration :

$$(a + b) \times (c + d) = a \times (c + d) + b \times (c + d)$$
$$(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$
$$(a + b) \times (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemples : on peut utiliser la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition

- $2\times(3x - 5) = 2 \times 3x + 2 \times (-5)$ donc $2\times(3x - 5) = 6x - 10$
- $x(4 - 7x) = x \times 4 + x \times (-7x)$ donc $x(4 - 7x) = 4x - 7x^2$
- $2x(6x + 9) = 2x \times 6x + 2x \times 9$ donc $2x(6x + 9) = 12x^2 + 18x$
- $(2 + x)(5x - 8) = 2 \times 5x + 2 \times (-8) + x \times 5x + x \times (-8)$
  $(2 + x)(5x - 8) = 10x - 16 + 5x^2 - 8x$
  $(2 + x)(5x - 8) = \mathbf{5x^2 + 2x - 16}$.

II/ FACTORISATION

Factoriser une somme ou une différence, c'est la transformer en un produit.

$$\underline{a}b + \underline{a}c = \underline{a} \times (b + c)$$

Important Pour factoriser il faut avoir une somme (ou différence) de plusieurs produits donc :

1. il faut vérifier qu'il s'agisse d'une somme (ou différence).
2. on vérifie que les termes soient des produits.
3. Si un des termes au moins n'est pas un produit, il faut transformer son écriture et le remplacer par un produit.
4. On écrit les produits de sorte qu'il y ait un facteur commun.

Exemples :

- $6x - 12 = \underline{6}x - \underline{6} \times 2$ Ici on a une différence. $6x$ est un produit mais pas 12. Donc il faut écrire 12 sous forme d'un produit. 6×2 ou 4×3 On choisit 6×2 car de cette façon 6 est un facteur commun aux deux produits.

donc $6x - 12 = \underline{6} \times (x - 2)$

- $4x^2 + 7x = 4x \times \underline{x} + 7 \times \underline{x}$ donc $4x^2 + 7x = \underline{x}(4x + 7)$

- $3x^2 + 12x - 9 = \underline{3}x^2 + \underline{3} \times 4x - \underline{3} \times 3$ Ici on a une somme de produits mais ils n'ont pas de facteurs communs. On remarque que 9 et 12 sont des multiples de 3. On va donc écrire remplacer 12 par 3×4 et 9 par 3×3

donc $3x^2 + 12x - 9 = \mathbf{\underline{3}(x^2 + 4x - 3)}$

- $(3x + 4)\underline{(x + 1)} + (x - 3)\underline{(x + 1)} = \underline{(x + 1)}(3x + 4 + x - 3)$
  $(3x + 4)(x + 1) + (x - 3)(x + 1) = (x + 1)(4x + 1)$

III/ IDENTITÉS REMARQUABLES

$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$
$(a + b)^2 = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b$
$(a + b)^2 = a^2 + ab + ba + b^2$
$(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

d'où $\boxed{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$

Exemples et applications :

$101^2 = (100 + 1)^2$
$101^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2$
$101^2 = 10000 + 200 + 1$
$101^2 = 10201$

$19^2 = (10 + 9)^2$
$19^2 = 10^2 + 2\times 10 \times 9 + 9^2$
$19^2 = 100 + 180 + 81$
$19^2 = 280 + 81$
$19^2 = 361$

$(x + 3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$
$\mathbf{(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9}$

$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$

$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$
$(a - b)^2 = a \times a - a \times b - b \times a + b \times b$
$(a - b)^2 = a^2 - ab - ba + b^2$
$(a - b)^2 = a^2 - ab - ab + b^2$
$(a - b)^2= a^2 - 2ab + b^2$

d'où $\boxed{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

Exemples et applications :

$99^2 = (100 - 1)^2$
$99^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2$
$99^2 = 10000 - 200 + 1$
$99^2 = 9801$

$(x - 2)^2 = x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2$
$\mathbf{(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4}$

$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$

$(a - b)(a + b) = a \times a + a \times b - b \times a - b \times b$
$(a - b)(a + b) = a^2 + ab - ba - b^2$
$(a - b)(a + b) = a^2 + ab - ab - b^2$
$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

d'où $\boxed{(a - b)(a + b) = a^2 - b^2}$

Exemples et applications :

$(x - 3)(x + 3) = x^2 - 9$

$(x - 3)^2 - 4 = (x - 3)^2 - 2^2$
$(x - 3)^2 - 4 = (x - 3 - 2)(x - 3 + 2)$
$(x - 3)^2 - 4 = (x - 5)(x - 1)$