Chapitre 4

NOMBRES EN ÉCRITURE FRACTIONNAIRE

I/ Signification d'une écriture fractionnaire

I.1/ Proportion

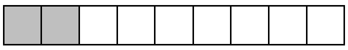
Dans une classe de $5^{ème}$:

- 16 élèves sur 27 sont des filles.
- 2 élèves sur 9 sont nés en juillet. C'est-à-dire que s'il y avait 9 élèves dans la classe, 2 élèves seraient nés en juillet.

Vocabulaire

On dit que la **proportion** de filles dans la classe est égale à $\frac{16}{27}$.

On dit que la **proportion** d'élèves de la classe nés en juillet est égale à $\frac{2}{9}$.



On a partagé une bande en 9 parts égales.

Chaque part représente $\frac{1}{9}$ de la bande.

La partie grisée représente $\frac{2}{9}$ de la bande donc : $\mathbf{\frac{2}{9} = 2 \times \frac{1}{9}}$

I.2/ Quotient

Définition :
Soient **a** et **b** deux nombres ($b \neq 0$).

Le **quotient** de **a** par **b** est le nombre qui, multiplié par **b**, donne **a**. Ce quotient se note $\mathbf{\frac{a}{b}}$.

C'est-à-dire que $\mathbf{\frac{a}{b} \times b = a}$

Exemple : Le quotient de 2 par 9 est $\frac{2}{9}$.

Donc $\frac{2}{9}$ est le nombre qui, multiplié par 9 donne 2. $\frac{2}{9} \times 9 = 2$.

Vocabulaire

Dans l'écriture $\mathbf{\frac{a}{b}}$, **a** est le **numérateur** et **b** est le **dénominateur**.

On dit que $\mathbf{\frac{a}{b}}$ est une **écriture fractionnaire.**

Définition : Lorsque **a** et **b** ($b \neq 0$) sont deux nombres entiers $\mathbf{\frac{a}{b}}$ est appelée une **fraction**.

I.3/ Division décimale

Soient a et b ($b \neq 0$) deux nombres. $\dfrac{a}{b} = a : b$

$\dfrac{3}{5} = 3 : 5$ donc $\dfrac{3}{5} = 0,6$. 0,6 est l'**écriture décimale** de $\dfrac{3}{5}$.

Attention :

$\dfrac{2}{3} = 2 : 3$ mais la division décimale de 2 par 3 ne se termine jamais.

Donc il n'y a pas d'écriture décimale du quotient $\dfrac{2}{3}$.

0,66667 est une valeur approchée du quotient $\dfrac{2}{3}$.

II/ Égalité de quotients

Propriété : On ne change pas un quotient en multipliant (ou en divisant) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Autrement écrit : Soient a, b et k trois nombres ($b \neq 0$ et $k \neq 0$).

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{a \times k}{b \times k}$ et $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a : k}{b : k}$

Démonstration : Soient a, b et k trois nombres ($b \neq 0$ et $k \neq 0$).

$\dfrac{a}{b} \times b = a$ (définition) donc $\dfrac{a}{b} \times b \times k = a \times k$

donc $\dfrac{a}{b} \times b \times k = a \times k$ donc $\dfrac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par $b \times k$, donne $a \times k$. C'est-à-dire $\dfrac{a \times k}{b \times k}$

Donc $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a \times k}{b \times k}$

Sur un exemple numérique :

$\dfrac{2}{3} \times 3 = 2$ (définition) donc $\dfrac{2}{3} \times 3 \times 4 = 2 \times 4$

donc $\dfrac{2}{3} \times 3 \times 4 = 2 \times 4$ donc $\dfrac{2}{3}$ est le nombre qui, multiplié par 3×4, donne 2×4. C'est-à-dire $\dfrac{2 \times 4}{3 \times 4}$

Donc $\dfrac{2}{3} = \dfrac{2 \times 4}{3 \times 4}$

Exemples :

$\dfrac{33}{27} = \dfrac{33 : 3}{27 : 3}$ ou $\dfrac{33}{27} = \dfrac{11 \times 3}{9 \times 3}$ On peut ainsi **simplifier** l'écriture d'une fraction.

$\dfrac{33}{27} = \dfrac{11}{9}$ Pour cela on peut utiliser les **critères de divisibilité** vus en $6^{\text{ème}}$.

$\dfrac{1,6}{2,5} = \dfrac{1,6 \times 10}{2,5 \times 10}$ On peut ainsi effectuer la division de deux nombres décimaux en se

$\dfrac{1,6}{2,5} = \dfrac{16}{25}$ ramenant à une division de deux nombres entiers.

Critères de divisibilité (rappels)

par 2 : Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par 0, 2, 4, 6, 8.

par 3 : Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.

par 5 : Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.

par 9 : Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.