

Chapitre 7

SYMÉTRIE CENTRALE (Propriétés)

I/ Propriétés de la symétrie centrales

La symétrie centrale conserve les formes c'est-à-dire que :

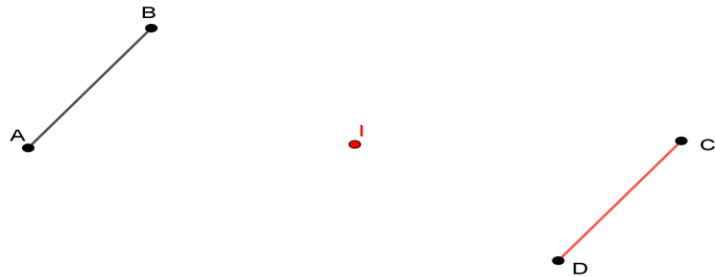
- Le symétrique d'un point est un point
- Le symétrique d'un segment est un segment
- La symétrique d'une droite est une droite
- Le symétrique d'un angle est un angle
- Le symétrique d'un cercle est un cercle

La symétrie centrale conserve les mesures :

Propriété : Si deux segments sont symétriques par rapport à un point alors ils sont de même longueur.

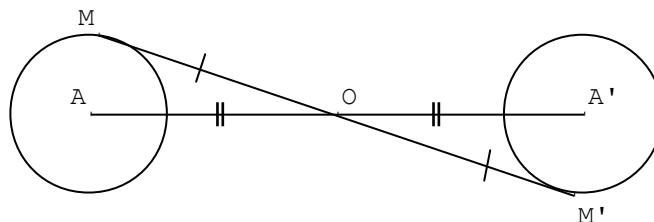
Ici [CD] est le symétrique de [AB] par rapport à I.

Donc $CD = AB$



Conséquence : Si deux cercles sont symétriques par rapport à un point alors ils ont le même rayon.

Exemple :

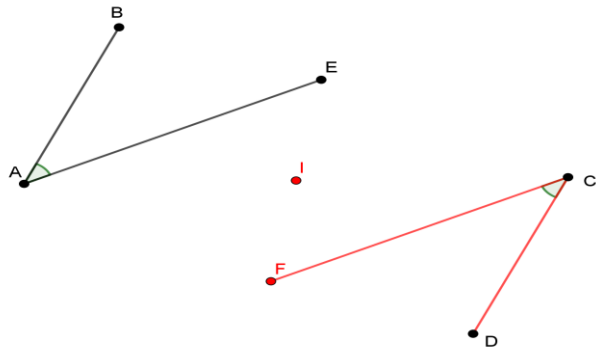


[AM] et [A'M'] sont symétriques par rapport à O donc ils ont la même longueur.

Donc les deux cercles ont le même rayon.

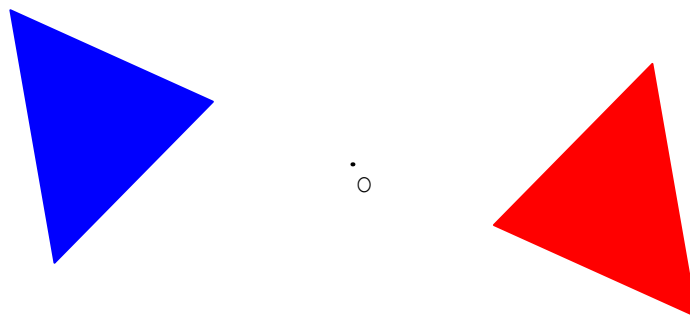
Propriété : **Si** deux angles sont symétriques par rapport à un point **alors** ils ont la même mesure.

Ici \widehat{BAE} et \widehat{DCF} sont symétriques par rapport à I.
Donc $\widehat{BAE} = \widehat{DCF}$



Propriété : **Si** deux figures sont symétriques par rapport à un point **alors** elles ont la même aire.

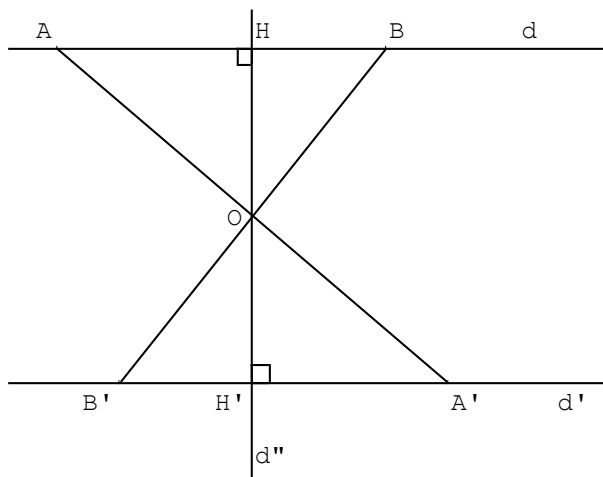
Exemple :



Autre propriété de la symétrie centrale :

Propriété : **Si** deux droites sont symétriques par rapport à un point **alors** elles sont parallèles.
Si le centre de symétrie appartient à la droite **alors** la droite et sa symétrique sont confondues.

Démonstration :



Soient une droite (d), un point O qui n'est pas situé sur (d) et (d') la symétrique de (d) par rapport à O.

Soit H un point de (d) tel que \widehat{BHO} soit un angle droit.

Soit A' le symétrique de A par rapport à O.

Soit B' le symétrique de B par rapport à O.

Soit H' le symétrique de H par rapport à O.

- Dans la symétrie par rapport à O :
 - (d') est la symétrique de (d)
 - le symétrique de \widehat{BHO} est $\widehat{B'H'O}$

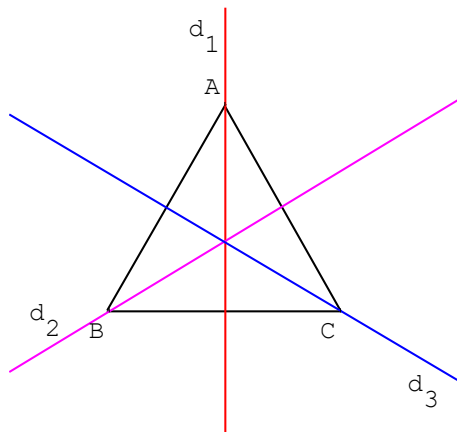
- Donc $\widehat{B'H'O} = \widehat{BHO} = 90^\circ$

d'où $(d'') \perp (d)$ et $(d'') \perp (d')$

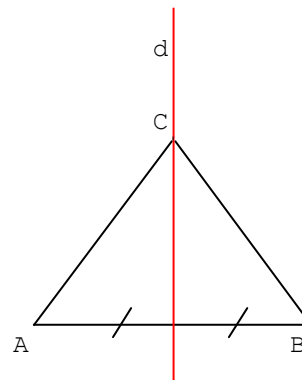
Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

Donc $(d) \parallel (d')$ ■

II/ Centre et axes de symétrie dans les figures usuelles

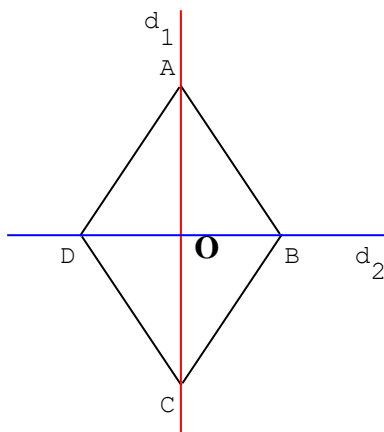


Dans un triangle équilatéral, il y a trois axes de symétrie. Ce sont les droites qui passent par les sommets et les milieux des côtés opposés.

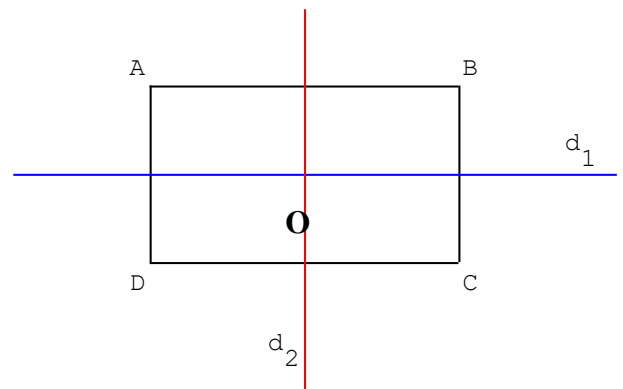


Dans un triangle isocèle, il y a un axe de symétrie. C'est la droite qui passe par le sommet principal et le milieu du côté opposé.

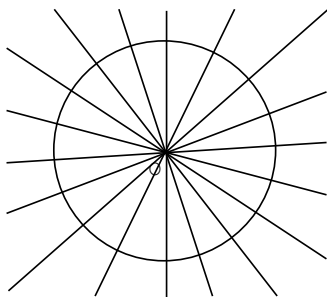
Il n'y a pas de centre de symétrie dans un triangle



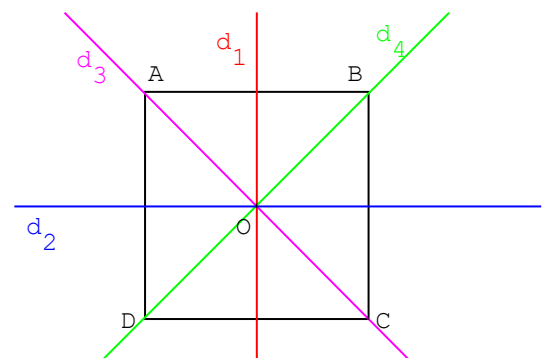
Dans un losange, il y a deux axes de symétrie. Ce sont les droites qui passent par les sommets opposés.
Il y a un centre de symétrie.
C'est le point d'intersection des axes de symétrie.



Dans un rectangle, il y a deux axes de symétrie. Ce sont les droites qui passent par les milieux des côtés opposés.
Il y a un centre de symétrie.
C'est le point d'intersection des axes de symétrie.



Dans un cercle il y a un centre de symétrie.
C'est le centre du cercle.
Il y a une infinité d'axes de symétrie.
Ce sont les droites support des diamètres.



Dans un carré, il y a quatre axes de symétrie.
Il y a un centre de symétrie.